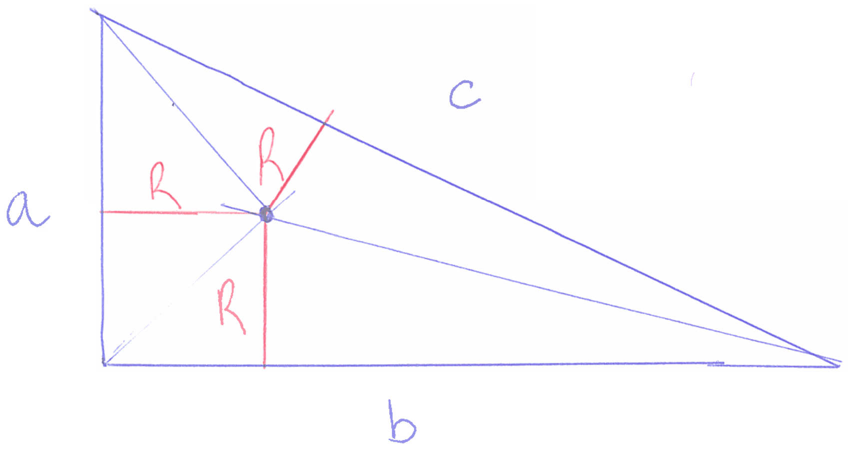

a, b, c triangle rectangle

El centre de la circunferencia inscrita es troba al punt on es tallen les bisectrius.

R radi de la circunferència inscrita.

Els tres radis són perpendiculars als costats a, b, c.

Podem fer una descomposició del triangle en tres triangles i igualem superfícies:

$$\frac{ab}{2} = \frac{aR}{2} + \frac{bR}{2} + \frac{cR}{2} \Rightarrow$$

$$\boxed{ab = (a+b+c)R}$$

$$\left.\begin{array}{l} R = \dfrac{ab}{a+b+c} \\ a^2+b^2=c^2 \end{array}\right\}$$

Al nostro problema

$R=2$

$a=5$

$$\Rightarrow \left.\begin{array}{l} 2 = \dfrac{5b}{5+b+c} \\ 25+b^2=c^2 \end{array}\right\} \Rightarrow \begin{array}{l} 10+2b+2c=5b \\ -10+3b=2c \\ c=\dfrac{3b-10}{2} \\ c^2=\dfrac{9b^2+100-60b}{4} \end{array}$$

$$4(25+b^2)=9b^2+100-60b \Rightarrow 100+4b^2=9b^2+100-60b$$

$$\Rightarrow 60b=5b^2 \left< \begin{array}{l} b=0 \\ \boxed{b=12} \end{array}\right.$$

$$\Rightarrow \boxed{\text{Superficie triangolo} = \frac{12 \cdot 5}{2} = 30}$$

$$R = \frac{ab}{a+b+c} \Rightarrow \text{diàmetre} = 2R = \frac{2ab}{a+b+c}$$

Teorema de Florentí

$$\boxed{\text{diàmetre} = \text{suma catets} - \text{hipotenusa}}$$

$$\Updownarrow$$

$$2R = a+b-c$$

$$\Updownarrow$$

$$\frac{2ab}{a+b+c} = a+b-c$$

$$\Updownarrow$$

$$2ab = (a+b-c)(a+b+c$$

$$2ab = (a+b)^2 - c^2$$

$$2ab = a^2+b^2+2ab-c^2$$

Per Teorema de Pitàgores $a^2+b^2=c^2 \Rightarrow$

$$2ab = a^2+b^2+2ab-a^2-b^2$$

$$\Rightarrow 2ab = 2ab$$